

[2]

6. Find the vector equation of the plane passing through the points $(0, 0, 0)$, $(0, 5, 0)$ and $(2, 0, 1)$.
7. Find the angle between the planes $\vec{r} \cdot (2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) = 3$ and $\vec{r} \cdot (3\vec{i} + 6\vec{j} + \vec{k}) = 4$.
8. Find a cosine function whose period is 7.
9. What is the value of $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ$?
10. For any $x \in \mathbb{R}$, prove that $\cosh^4 x - \sinh^4 x = \cosh(2x)$.

SECTION B

II. Short Answer Type Questions : 5×4=20

- (i) Answer **ANY FIVE** questions.
- (ii) Each question carries **FOUR** marks.

11. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, then find A^4 .

12. If the points whose position vectors are $3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$, $2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$, $-\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ and $4\vec{i} + 5\vec{j} + \lambda\vec{k}$ are coplanar, then show that :

$$\lambda = \frac{-146}{17}.$$

13. If $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 5$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = 60$, then find $|\vec{a} \times \vec{b}|$.
14. Prove that :

$$\cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{8\pi}{7} = \frac{1}{8}.$$

15. Solve the equation :

$$\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2}.$$

0166-A

[3]

16. Prove that :

$$\sin^{-1} \frac{4}{5} + 2 \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{2}.$$

17. In ΔABC , show that :

$$b \cos^2 \frac{C}{2} + c \cos^2 \frac{B}{2} = s.$$

SECTION C

III. Long Answer Type Questions :

5×7=35

(i) Answer ANY FIVE questions.

(ii) Each question carries SEVEN marks.

18. If $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ be bijections, then show that :

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}.$$

19. Using mathematical induction, prove the statement :

$$a + ar + ar^2 + \dots \text{ upto } n \text{ terms} = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}, \quad r \neq 1.$$

20. If

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & 1+a^3 \\ b & b^2 & 1+b^3 \\ c & c^2 & 1+c^3 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{and} \quad \begin{vmatrix} a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \\ c & c^2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0,$$

then show that :

$$abc = -1.$$

21. Solve the system of equations

$$x + y + z = 1, \quad 2x + 2y + 3z = 6, \quad x + 4y + 9z = 3$$

by using Cramer's rule.

0166-A

P.T.O.

[4]

22. Find the volume of the tetrahedron whose vertices are (1, 2, 1), (3, 2, 5), (2, -1, 0) and (-1, 0, 1).

23. If A, B, C are angles in a triangle, then prove that :

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

24. If $r : R : r_1 = 2 : 5 : 12$, then prove that the triangle is right angled at A.

0166-A

0167

A

Total No. of Questions—24

Total No. of Printed Pages—4

Regd. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Part III

MATHEMATICS, Paper - I(A)

(Telugu Version)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 75

గమనిక:— ఈ ప్రశ్నావళంలో A, B మరియు C అనే మూడు విభాగాలున్నాయి.

విభాగము A

I. 'అతి స్వల్ప' సమాధాన ప్రశ్నలు : 10×2=20

(i) అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ను $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ గా నిర్వచిస్తే : $f(\tan \theta) = \cos 2\theta$ అని చూపండి.2. $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)(x+3)}$ వాస్తవ మూల్య ప్రమేయం యొక్క ప్రదేశాన్ని కనుక్కోండి.3. $\begin{bmatrix} x-1 & 2 & 5-y \\ 0 & z-1 & 7 \\ 1 & 0 & a-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ అయితే x, y, z మరియు a ల విలువలు కనుక్కోండి.

4. మాత్రిక కోటిని నిర్వచించండి.

5. సదిశలు $-3\vec{i} + 4\vec{j} + \lambda\vec{k}$ మరియు $\mu\vec{i} + 8\vec{j} + 6\vec{k}$ సరేఖీయాలైతే λ మరియు μ లను కనుక్కోండి.

0167-A

P.T.O.

[2]

6. $(0, 0, 0), (0, 5, 0), (2, 0, 1)$ బిందువుల గుండా పోయే తలం నదిశా నమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.
7. $\vec{r} \cdot (2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) = 3, \vec{r} \cdot (3\vec{i} + 6\vec{j} + \vec{k}) = 4$ తలాల మధ్యకోణం కనుక్కోండి.
8. అవర్తనం 7 గా గల ఒక \cos ప్రమేయాన్ని కనుక్కోండి.
9. $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ$ విలువను కనుక్కోండి.
10. ప్రతి $x \in \mathbb{R}$ కు $\cosh^4 x - \sinh^4 x = \cosh(2x)$ అని నిరూపించండి.

విభాగము B

II. స్వల్ప నమాధాన ప్రశ్నలు : 5×4=20

- (i) ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు నమాధానాలివ్వండి.
- (ii) ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు.

11. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ అయితే A^4 ని కనుక్కోండి.

12. $3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}, -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, 4\vec{i} + 5\vec{j} + \lambda\vec{k}$ నదిశలను స్థాన నదిశలుగా గల బిందువులు నతలియాలైతే λ విలువ :

$$= \frac{-146}{17}$$
 అని చూపండి.

13. $|\vec{a}| = 13, |\vec{b}| = 5, \vec{a} \cdot \vec{b} = 60$, అయితే $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ని కనుక్కోండి.

14. $\cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{8\pi}{7} = \frac{1}{8}$ అని నిరూపించండి.

15. $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2}$ నమీకరణంను సాధించండి.

0167-A

[3]

16. $\sin^{-1}\frac{4}{5} + 2 \tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{2}$ అని రుజువు చేయండి.

17. త్రిభుజం ABC లో :

$$b \cos^2 \frac{C}{2} + c \cos^2 \frac{B}{2} = s \text{ అని చూపండి.}$$

విభాగము C

III. దీర్ఘ సమాధాన ప్రశ్నలు :

5×7=35

(i) ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలివ్వండి.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు

18. $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$ లు ద్వీగుణ ప్రమేయాలైతే :

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \text{ అని చూపండి.}$$

19. గణితానుగమన వద్దతిని ఉపయోగించి, ప్రతి $n \in \mathbb{N}$ కు :

$$a + ar + ar^2 + \dots (n \text{ పదాలవరకు}) = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}, r \neq 1 \text{ అని చూపండి.}$$

20.
$$\begin{vmatrix} a & a^2 & 1+a^3 \\ b & b^2 & 1+b^3 \\ c & c^2 & 1+c^3 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \\ c & c^2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

అయితే $abc = -1$ అని చూపండి.

21. త్రేమర్ నియమమును ఉపయోగించి :

$$x + y + z = 1, 2x + 2y + 3z = 6, x + 4y + 9z = 3$$

సమీకరణాలను సాధించండి.

0167-A

P.T.O.

[4]

22. (1, 2, 1), (3, 2, 5), (2, -1, 0), (-1, 0, 1). శీర్షాలుగా గల చతుర్ముఖి ఘన పరిమాణాన్ని కనుక్కోండి.

23. A, B, C లు త్రిభుజ కోణాలైతే :

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \text{ అని నిరూపించండి.}$$

24. $r : R : r_1 = 2 : 5 : 12$ అయితే, ఆ త్రిభుజంలో A లంబకోణమని రుజువు చేయండి.

0167-A

0168

A

Total No. of Questions- 24

Total No. of Printed Pages- 4

Regd. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Part III

MATHEMATICS, Paper - I(A)

(Urdu Version)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 75

نوٹ : یہ سوالیہ پرچہ تین سیکشن A، B اور C پر مشتمل ہے۔
سیکشن A

10×2=20

I. نہایت مختصر جوابی سوالات :

(i) تمام سوالات حل کیجئے۔

(ii) ہر سوال کے دو (2) نشانات مقرر ہیں۔

1. اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ کی تعریف $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ سے کی گئی ہے، تب بتائیے کہ

$$f(\tan \theta) = \cos 2\theta.$$

2. حقیقی قدر والے تفاعل $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)(x+3)}$ کا علاقہ (Domain) معلوم کیجئے۔

3. اگر

$$\begin{bmatrix} x-1 & 2 & 5-y \\ 0 & z-1 & 7 \\ 1 & 0 & a-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

تب x ، y ، z اور a کی قدریں معلوم کیجئے۔

4. ماتر کے مرتبہ (Rank) کی تعریف کیجئے۔

P.T.O.

0168-A

[2]

5. اگر سمتیاں $\lambda\bar{k} + 4\bar{j} - 3\bar{i}$ اور $6\bar{k} + 8\bar{j} + \mu\bar{i}$ ہم خط سمتیاں ہیں تب λ اور μ معلوم کیجئے۔

6. مستوی (Plane) کی سمتی مساوات معلوم کیجئے جو نقاط $(0, 0, 0)$ ، $(0, 5, 0)$ اور $(2, 0, 1)$ سے گذرتی ہے۔

7. مستویوں $\bar{r} \cdot (2\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}) = 3$ اور $\bar{r} \cdot (3\bar{i} + 6\bar{j} + \bar{k}) = 4$ کا درمیانی زاویہ معلوم کیجئے۔

8. کوسائن (cosine) تفاعل معلوم کیجئے جب کہ اس کا دور (Period) '7' ہے۔

9. $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ$ کی قدر معلوم کیجئے۔

10. کوئی $x \in \mathbb{R}$ کے لئے، بتائیے کہ:

$$\cosh^4 x - \sinh^4 x = \cosh(2x)$$

5×4=20

سیکشن B

II مختصر جوابی سوالات :

(i) کوئی پانچ سوالات حل کئے جائیں۔

(ii) ہر سوال کے چار (4) نشانات مقرر ہیں۔

11. اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ تب A^4 معلوم کیجئے۔

12. اگر نقاط جنکے مقام سمتیاں ترتیب وار $3\bar{i} - 2\bar{j} - \bar{k}$ ، $2\bar{i} + 3\bar{j} - 4\bar{k}$ ، $-\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ اور

$4\bar{i} + 5\bar{j} + \lambda\bar{k}$ مطابق (Coplanar) ہیں تب بتائیے کہ

$$\lambda = \frac{-146}{17}$$

13. اگر $|\bar{a}| = 13$ ، $|\bar{b}| = 5$ اور $\bar{a} \cdot \bar{b} = 60$ تب $|\bar{a} \times \bar{b}|$ معلوم کیجئے۔

14. بتائیے کہ:

$$\cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{8\pi}{7} = \frac{1}{8}$$

0168-A

[3]

15. مساوات کو حل کیجئے :

$$\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2}.$$

16. بتائیے کہ :

$$\sin^{-1} \frac{4}{5} + 2 \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{2}$$

17. کوئی مثلث ABC میں بتائیے کہ :

$$b \cos^2 \frac{C}{2} + c \cos^2 \frac{B}{2} = s$$

سیکشن C

5×7=35

III. طویل جوابی سوالات :

(i) کوئی پانچ سوالات حل کیجئے۔

(ii) ہر سوال کے سات (7) نشانات مقرر ہیں۔

18. اگر $f: A \rightarrow B$ ، $g: B \rightarrow C$ دو راجعی (bijections) تفاعل ت ہیں تب بتائیے کہ :

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

19. ریاضیاتی استقراء کے اصول کو استعمال کرتے ہوئے (Mathematical induction) بتائیے کہ :

$$a + ar + ar^2 + \dots + n \text{ ارکان تک} = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}$$

جبکہ $r \neq 1$ ہو۔

20. اگر

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \\ c & c^2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \text{ اور } \begin{vmatrix} a & a^2 & 1+a^3 \\ b & b^2 & 1+b^3 \\ c & c^2 & 1+c^3 \end{vmatrix} = 0$$

تب بتائیے کہ :

$$abc = -1.$$

P.T.O.

0168-A

[4]

.21 مساواتوں کے نظام

$$x + y + z = 1, 2x + 2y + 3z = 6, x + 4y + 9z = 3$$

کو کرامرس (Cramer's) کے طریقہ سے حل کیجئے۔

.22 چار سطحی (Tetrahedron) کا حجم معلوم کیجئے جس کے راس $(1, 2, 1)$, $(3, 2, 5)$, $(2, -1, 0)$ اور- ہیں $(-1, 0, 1)$.23 اگر C, B, A مثلث کے زاویے ہیں تب بتائیے کہ:

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

.24 اگر $r : R : r_1 = 2 : 5 : 12$ تب بتائیے کہ مثلث قائم الزاویہ بناتا ہے A پر۔

0168-A

0169

A

Total No. of Questions—24

Total No. of Printed Pages—4

Regd. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Part III

MATHEMATICS, Paper - I(A)

(Hindi Version)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 75

नोट :—इस प्रश्न-पत्र में तीन विभाग A, B, C हैं।

विभाग A

I. अति लघु उत्तर वाले प्रश्न : 10×2=20

(i) सभी प्रश्न हल कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक हैं।

1. यदि $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ द्वारा परिभाषित $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ है, तो बताइये कि :

$$f(\tan \theta) = \cos 2\theta$$

2. $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)(x+3)}$ वास्तविक मूल फलन का प्रान्त (domain) ज्ञात कीजिए।

3. यदि

$$\begin{bmatrix} x-1 & 2 & 5-y \\ 0 & z-1 & 7 \\ 1 & 0 & a-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

है, तो x , y , z और a का मान ज्ञात कीजिए।

4. मैट्रिक्स की श्रेणी (Rank) की परिभाषा लिखिये।

5. यदि $-3\bar{i} + 4\bar{j} + \lambda\bar{k}$ और $\mu\bar{i} + 8\bar{j} + 6\bar{k}$ संरेखीय सदिश हैं, तो λ और μ ज्ञात कीजिए।

0169-A

P.T.O.

[2]

6. $(0, 0, 0)$, $(0, 5, 0)$ और $(2, 0, 1)$ बिन्दुओं से जाने वाली समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।
7. $\vec{r} \cdot (2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) = 3$ और $\vec{r} \cdot (3\vec{i} + 6\vec{j} + \vec{k}) = 4$ समतलों के बीच कोण ज्ञात कीजिए।
8. आवर्तन (Period) 7 रहने वाली cosine फलन को ज्ञात कीजिए।
9. $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।
10. किसी $x \in \mathbb{R}$ में सिद्ध कीजिए $\cosh^4 x - \sinh^4 x = \cosh(2x)$ ।

विभाग B

ii. लघु उत्तर वाले प्रश्न :

5×4=20

- (i) किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।
- (ii) प्रत्येक प्रश्न के लिए 4 अंक नियत हैं।

11. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ है, तो A^4 ज्ञात कीजिए।

12. यदि बिन्दुओं की सदिशें $3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$, $2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$, $-\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ और $4\vec{i} + 5\vec{j} + \lambda\vec{k}$ समतलीय (Coplanar) हैं, तो बताइये कि :

$$\lambda = \frac{-146}{17}$$

13. यदि $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 5$ और $\vec{a} \cdot \vec{b} = 60$ है, तो $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ज्ञात कीजिए।

14. सिद्ध कीजिए :

$$\cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{8\pi}{7} = \frac{1}{8}$$

15. $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2}$ समीकरण को हल कीजिए।

0169-A

[3]

16. सिद्ध कीजिए :

$$\sin^{-1} \frac{4}{5} + 2 \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{2}$$

17. ΔABC में बताइये कि $b \cos^2 \frac{C}{2} + c \cos^2 \frac{B}{2} = s$

विभाग C

III. दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न :

5×7=35

- (i) किन्हीं 5 प्रश्नों को हल कीजिए।
(ii) प्रत्येक प्रश्न के लिए 7 अंक नियत हैं।

18. यदि $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ आच्छादी (Bijections) हैं, तो बताइये कि :

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

19. गणितीय आगमन पद्धति द्वारा सिद्ध कीजिए :

$$a + ar + ar^2 + \dots n \text{ पदों तक} = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}, r \neq 1$$

20. यदि

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & 1+a^3 \\ b & b^2 & 1+b^3 \\ c & c^2 & 1+c^3 \end{vmatrix} = 0 \text{ और } \begin{vmatrix} a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \\ c & c^2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

है, तो बताइये कि

$$abc = -1.$$

21. क्रैमर (Cramer) पद्धति द्वारा निम्न समीकरणों को हल कीजिए :

$$x + y + z = 1, 2x + 2y + 3z = 6, x + 4y + 9z = 3$$

0169-A

P.T.O.

[4]

22. (1, 2, 1), (3, 2, 5), (2, -1, 0) और (-1, 0, 1) शीर्षों वाले चतुष्फलक का आयतन (Volume) ज्ञात कीजिए।

23. यदि A, B, C त्रिभुज के कोण हैं, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

24. यदि $r : R : r_1 = 2 : 5 : 12$ है, तो सिद्ध कीजिए त्रिभुज A पर समकोण बनाता है।

0169-A