**0193** (A)

Total No. of Questions—24

Total No. of Printed Pages—4 Regd. No. 

Part III

# MATHEMATICS, Paper - I(B)

(English Version)

*Time : 3 Hours]* *[Max. Marks : 75*

**Note** :—This question paper consists of **THREE** sections A, B and C.

## SECTION A

10×2=20

**I.** Very short answer type questions :

(i) Attempt **ALL** questions.

(ii) Each question carries **TWO** marks.

**1.** Find the value of $x$, if the slope of the line passing through (2, 5) and $(x, 3)$ is 2.

**2.** Find the value of $p$, if the straight lines $x + p = 0$, $y + 2 = 0$ and $3x + 2y + 5 = 0$ are concurrent.

**3.** If (3, 2, –1), (4, 1, 1) and (6, 2, 5) are three vertices and (4, 2, 2) is the centroid of a tetrahedron, find the fourth vertex.

**4.** Find the equation of the plane passing through (1, 1, 1) and parallel to the plane $x + 2y + 3z - 7 = 0$.

**5.** Compute :

$$\lim_{x \to \infty} \frac{11x^3 - 3x + 4}{13x^3 - 5x^2 - 7}.$$



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

6. Compute :

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{3+x} - e^3}{x}.$$

7. If $y = e^{a \sin^{-1} x}$, then prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ay}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

8. If $y = \log(\cosh 2x)$, find :

$$\frac{dy}{dx}.$$

9. If the increase in the side of a square is 4%, then find the approximate percentage of increase in the area of the square.

10. Verify Rolle's theorem for the function :

$$y = f(x) = x^2 - 1 \text{ on } [-1, 1].$$

**SECTION B** 5×4=20

II. Short answer type questions :

(*i*) Attempt **ANY FIVE** questions.

(*ii*) Each question carries **FOUR** marks.

11. Find the equation of the locus of P, if :

A = (2, 3), B = (2, –3) and PA + PB = 8.

12. When the origin is shifted to the point (2, 3), the transformed equation of a curve is $x^2 + 3xy - 2y^2 + 17x - 7y - 11 = 0$. Find the original equation of the curve.

13. Find the equation of the line perpendicular to the line $3x + 4y + 6 = 0$ and making an intercept –4 on the X-axis.



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

**14.** If $f$, given by $f(x) = \begin{cases} k^2x - k & \text{if } x \geq 1 \\ 2 & \text{if } x < 1 \end{cases}$ is a continuous function on **R**, then find the values of $k$.

**15.** Find the derivative of the function $f(x) = \tan 2x$ from the first principle.

**16.** Find the equations of the tangent and the normal to the curve $y^4 = ax^3$ at $(a, a)$.

**17.** The volume of a cube is increasing at the rate of 8 $cm^3$/sec. How fast is the surface area increasing when the length of an edge is 12 cm ?

## SECTION C

5×7=35

**III.** Long answer type questions :

(*i*) Attempt **ANY FIVE** questions.

(*ii*) Each question carries **SEVEN** marks.

**18.** Find the circumcentre of the triangle whose vertices are given by (1, 3), (0, –2) and (–3, 1).

**19.** Show that the lines joining the origin to the points of intersection of the curve $x^2 - xy + y^2 + 3x + 3y - 2 = 0$ and the straight line $x - y - \sqrt{2} = 0$ are mutually perpendicular.

**20.** Show that the product of the perpendicular distances from a point $(\alpha, \beta)$ to the pair of straight lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ is :

$$\frac{|a\alpha^2 + 2h\,\alpha\beta + b\beta^2|}{\sqrt{(a-b)^2 + 4h^2}}.$$



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

**21.** Find the angle between the lines whose direction cosines are given by the equations $3l + m + 5n = 0$ and $6mn - 2nl + 5\,lm = 0$.

**22.** If $f(x) = \sin^{-1}\sqrt{\dfrac{x-\beta}{\alpha-\beta}}$ and $g(x) = \tan^{-1}\sqrt{\dfrac{x-\beta}{\alpha-x}}$, then prove that :

$$f'(x) = g'(x) \quad (\beta < x < \alpha).$$

**23.** Find the lengths of subtangent, subnormal at a point $t$ on the curve $x = a(\cos t + t \sin t),\ y = a(\sin t - t \cos t)$.

**24.** Find two positive numbers whose sum is 15 so that the sum of their squares is minimum.



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

clear steps

**0194** **(A)**

Total No. of Questions—24

Total No. of Printed Pages—4 Regd. No.

Part III

# MATHEMATICS, Paper - I(B)

(Telugu Version)

*Time : 3 Hours]* *[Max. Marks : 75*

గమనిక :— ఈ ప్రశ్నపత్రంలో A, B, C అను మూడు విభాగములు కలవు.

విభాగము A 10×2=20

**I.** అతి స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు :

(*i*) అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

(*ii*) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

**1.** (2, 5), ($x$, 3) బిందువుల గుండా పోయే సరళరేఖ వాలు 2 అయితే $x$ విలువ కనుక్కోండి.

**2.** $x + p = 0$, $y + 2 = 0$ మరియు $3x + 2y + 5 = 0$ సరళరేఖలు అనుషక్తాలైతే $p$ విలువను కనుక్కోండి.

**3.** (3, 2, –1), (4, 1, 1) మరియు (6, 2, 5) లు మూడు శీర్షాలుగా, (4, 2, 2) కేంద్రభాసంగా గల చతుర్ముఖి నాలుగో శీర్షాన్ని కనుక్కోండి.

**4.** (1, 1, 1) గుండా పోతూ, $x + 2y + 3z - 7 = 0$ తలానికి సమాంతరంగా ఉండే తలం సమీకరణం రాయండి.

**5.** $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{11x^3 - 3x + 4}{13x^3 - 5x^2 - 7}$ ను గణించండి.



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

6. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{3+x} - e^3}{x}$ ను గణించండి.

7. $y = e^{a \sin^{-1} x}$ అయితే :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ay}{\sqrt{1 - x^2}}$$ అని నిరూపించండి.

8. $y = \log (\cosh 2x)$ అయితే :

$$\frac{dy}{dx}$$ ను కనుక్కోండి.

9. ఒక చతురస్ర భుజంలో పెరుగుదల 4% అయితే ఆ చతురస్రపు వైశాల్యంలో ఉజ్జాయింపు పెరుగుదల శాతాన్ని కనుక్కోండి.

10. $y = f(x) = x^2 - 1$ ప్రమేయానికి $[-1, 1]$ అంతరంలో రోల్ సిద్ధాంతం సరిచూడండి.

విభాగము B $5 \times 4 = 20$

II. స్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలు :

(i) ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

(ii) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు.

11. $A = (2, 3)$, $B = (2, -3)$ మరియు $PA + PB = 8$. అయితే P బిందుపథ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

12. అక్షాల సమాంతర పరివర్తన ద్వారా మూలబిందువును (2, 3) కు మార్చినప్పుడు, ఒక వక్రం రూపాంతరం చెందిన సమీకరణం $x^2 + 3xy - 2y^2 + 17x - 7y - 11 = 0$. అయితే, వక్రం యొక్క మూల సమీకరణం కనుక్కోండి.

13. $3x + 4y + 6 = 0$ రేఖకు లంబంగా ఉంటూ X-అక్షం మీద $-4$ అంతర ఖండం చేసే రేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

14. ప్రమేయం $f$, $\mathbf{R}$ పై $f(x) = \begin{cases} k^2x - k, & x \geq 1 \text{ అయితే} \\ 2, & x < 1 \text{ అయితే} \end{cases}$

తో నిర్వచితమైన అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయమైతే $k$ విలువలు కనుక్కోండి.

15. ప్రాథమిక సూత్రాన్ని అనుసరించి $f(x) = \tan 2x$ ప్రమేయానికి అవకలజాన్ని కనుక్కోండి.

16. $y^4 = ax^3$ వక్రానికి $(a, a)$ బిందువు వద్ద స్పర్శరేఖ, అభిలంబ రేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

17. ఒక ఘనం ఘనపరిమాణం 8 సెం.మీ$^3$/సెకను చొప్పున పెరుగుతుంది. ఘనం అంచు 12 సెం.మీ ఉన్నప్పుడు ఎంత త్వరగా దీని ఉపరితల వైశాల్యం పెరుగుతుందో కనుక్కోండి.

## విభాగము C

5×7=35

**III.** దీర్ఘ సమాధాన ప్రశ్నలు :

(*i*) ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

(*ii*) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు.

18. (1, 3), (0, –2) మరియు (–3, 1) శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం పరికేంద్రాన్ని కనుక్కోండి.

19. $x - y - \sqrt{2} = 0$ అనే సరళరేఖ $x^2 - xy + y^2 + 3x + 3y - 2 = 0$ అనే వక్రాన్ని ఖండించే బిందువులను మూలబిందువుకు కలిపితే వచ్చే సరళరేఖలు పరస్పరం లంబంగా ఉంటాయని చూపండి.

20. $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ అనే రేఖాయుగ్మం నుంచి $(\alpha, \beta)$ అనే బిందువుకు లంబదూరాల లబ్ధం $\dfrac{|a\alpha^2 + 2h\,\alpha\beta + b\beta^2|}{\sqrt{(a-b)^2 + 4h^2}}$ అని నిరూపించండి.

P.T.O.



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

**21.** $3l + m + 5n = 0$ మరియు $6mn - 2nl + 5\ lm = 0$ సమీకరణాలతో సూచించబడే దిక్ కొసైన్లు గల రేఖల మధ్య కోణం కనుక్కోండి.

**22.** $f(x) = \sin^{-1}\sqrt{\dfrac{x-\beta}{\alpha-\beta}}$ మరియు $g(x) = \tan^{-1}\sqrt{\dfrac{x-\beta}{\alpha-x}}$ అయితే :

$f'(x) = g'(x)$ $(\beta < x < \alpha)$ అని నిరూపించండి.

**23.** $x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(\sin t - t \cos t)$. వక్రంపై ఏదైనా బిందువు $t$ వద్ద ఉపస్పర్శ ఖండం, ఉపలంబ ఖండాలను కనుక్కోండి.

**24.** రెండు సంఖ్యల మొత్తం 15 గా ఉంటూ వాటి వర్గాల మొత్తం కనిష్ఠం అయ్యే సంఖ్యలను కనుక్కోండి.



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

# 0196 (A)

Total No. of Questions—24

Total No. of Printed Pages—4

Regd. No. [ ]

## Part III

# MATHEMATICS, Paper - I(B)

## (Hindi Version)

*Time : 3 Hours]* *[Max. Marks : 75*

**सूचना :—** इस प्रश्न-पत्र में A, B और C तीन विभाग हैं।

### विभाग A

$10 \times 2 = 20$

**I.** अति लघु उत्तर वाले प्रश्न :

(*i*) **सभी** प्रश्न हल कीजिए।

(*ii*) प्रत्येक प्रश्न के लिए **2** अंक हैं।

**1.** (2, 5) और ($x$, 3) बिन्दु से जाने वाली रेखा की प्रवणता 2 है तो $x$ का मान ज्ञात कीजिए।

**2.** यदि $x + p = 0$, $y + 2 = 0$ और $3x + 2y + 5 = 0$ रेखायें संगामी (Concurrent) हैं, तो $p$ का मान ज्ञात कीजिए।

**3.** यदि चतुष्फलक (Tetrahedron) के तीन शीर्ष (3, 2, –1), (4, 1, 1) और (6, 2, 5) तथा केन्द्रक (Centroid) (4, 2, 2) हैं, तो चौथा (Fourth) शीर्ष ज्ञात कीजिए।

**4.** (1, 1, 1) बिन्दु से जाते हुए $x + 2y + 3z - 7 = 0$ समतल के समान्तर रहने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

**5.** $\lim_{x \to \infty} \frac{11x^3 - 3x + 4}{13x^3 - 5x^2 - 7}$ की गणना कीजिए।



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

6. $\lim_{x\to 0} \frac{e^{3+x} - e^3}{x}$ की गणना कीजिये।

7. यदि $y = e^{a \sin^{-1} x}$ है, तो सिद्ध कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ay}{\sqrt{1-x^2}}$$

8. यदि $y = \log(\cosh 2x)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

9. एक वर्ग में भुजा (side) में वृद्धि (increase) 4% है तो उस वर्ग में क्षेत्रफल (area) का लगभग वृद्धि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

10. [–1, 1] पर $y = f(x) = x^2 - 1$ फलन की रौले प्रमेय द्वारा जाँच (verify) कीजिए।

**विभाग B** 5×4=20

II. लघु उत्तर वाले प्रश्न :

(*i*) कोई **पाँच** प्रश्न हल कीजिए।

(*ii*) प्रत्येक प्रश्न के लिए 4 अंक नियत हैं।

11. यदि A = (2, 3), B = (2, –3) और PA + PB = 8 हैं, तो P का बिन्दुपथ (locus) ज्ञात कीजिए।

12. यदि मूलबिन्दु (origin) को (2, 3) पर बदलने पर बने एक वक्र का रूपांतरित (transformed) समीकरण $x^2 + 3xy - 2y^2 + 17x - 7y - 11 = 0$ है, तो वक्र का मूल (original) समीकरण ज्ञात कीजिए।

13. X-अक्ष के साथ अन्तःखण्ड –4 बनाते हुए रेखा $3x + 4y + 6 = 0$ पर लम्ब रहने वाली सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

14. यदि $f(x)=\begin{cases} k^2x-k & \text{यदि } x\geq 1 \\ 2 & \text{यदि } x<1 \end{cases}$ द्वारा दी गयी फलन $f$ **R** पर संतत है तो $k$ का मान ज्ञात कीजिए।

15. प्रथम सिद्धान्त द्वारा $f(x) = \tan 2x$ का अवकलन (derivative) ज्ञात कीजिए।

16. $(a, a)$ पर वक्र $y^4 = ax^3$ का स्पर्शी (tangent) और अभिलम्ब (normal) का समीकरण ज्ञात कीजिए।

17. घन (cube) का आयतन (volume) 8 सेमी³/सेकण्ड द्वारा बढ़ रहा है। जब घन का किनारा (edge) 12 सेमी है तब उसका वक्रपृष्ठ (Surface) कितनी तेजी से बढ़ रहा है ?

## विभाग C

$5\times7=35$

**III.** दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न :

(*i*) कोई **पाँच** प्रश्न हल कीजिए।

(*ii*) प्रत्येक प्रश्न के लिए **7** अंक हैं।

18. (1, 3), (0, –2), (–3, 1) शीर्षों वाले त्रिभुज का परिकेन्द्र (circumcentre) ज्ञात कीजिए।

19. बताइये कि मूलबिन्दु से वक्र $x^2 - xy + y^2 + 3x + 3y - 2 = 0$ और रेखा $x - y - \sqrt{2} = 0$ के प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखायें परस्पर लम्ब रहती हैं।

20. बताइये कि बिन्दु $(\alpha, \beta)$ से रेखायुग्म $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ का लम्ब दूरियों का गुणनफल $\dfrac{|a\alpha^2 + 2h\,\alpha\beta + b\beta^2|}{\sqrt{(a-b)^2 + 4h^2}}$ होगा।



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

clear steps



**21.** $3l + m + 5n = 0$ और $6mn - 2nl + 5\,lm = 0$ समीकरणों द्वारा निरूपित दिक्-कोज्याओं (Direction cosines) से बनी रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

**22.** यदि $f(x) = \sin^{-1}\sqrt{\dfrac{x-\beta}{\alpha-\beta}}$ और $g(x) = \tan^{-1}\sqrt{\dfrac{x-\beta}{\alpha-x}}$ है, तो सिद्ध कीजिए :

$$f'(x) = g'(x) \quad (\beta < x < \alpha).$$

**23.** बिन्दु $t$ से वक्र $x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(\sin t - t \cos t)$ का उपस्पर्शी (subtangent) और उपाभिलम्ब (subnormal) की दूरियां (lengths) ज्ञात कीजिए।

**24.** वे दो संख्यायें ज्ञात कीजिये जिनका योगफल 15 और वर्गों का योगफल निम्निष्ठ होगा।



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in

# 0195

**(A)**

Total No. of Questions– 24

Total No. of Printed Pages– 4    **Regd. No.** | | | | | | | | | | |

**Part III**

# MATHEMATICS, Paper - I(B)

**(Urdu Version)**

*Time : 3 Hours]*    *[Max. Marks : 75*

نوٹ : یہ سوالیہ پرچہ تین سیکشن A، B اور C پر مشتمل ہے۔

## سیکشن A

10×2=20

I. بہت مختصر جوابی سوالات :

(i) تمام سوالات حل کئے جائیں۔

(ii) ہر سوال کے دو نشانات مقرر ہیں۔

1. $x$ کی قدر معلوم کیجئے اگر نقاط $(2, 5)$ اور $(x, 3)$ سے گزرنے والے خط مستقیم کا ڈھال 2 ہے؟

2. $p$ کی قدر معلوم کیجئے اگر خطوط مستقیم $x + p = 0$، $y + 2 = 0$ اور $3x + 2y + 5 = 0$ ہم نقطہ (Concurrent) ہیں؟

3. اگر ایک چار سطحی کے تین راس $(3, 2, -1)$، $(4, 1, 1)$ اور $(6, 2, 5)$ ہوں اور اس کا مرکز وسطانی $(4, 2, 2)$ ہو تو اس کا چوتھا راس معلوم کیجئے۔

4. مستوی کی مساوات معلوم کیجئے جو $(1, 1, 1)$ سے گذرتا ہے اور جو مستوی $x + 2y + 3z - 7 = 0$ کے متوازی واقع ہے؟

5. محسوب کیجئے :

$$\lim_{x \to \infty} \frac{11x^3 - 3x + 4}{13x^3 - 5x^2 - 7}.$$



Source: TGBIE (tgbie.cgg.gov.in) • clearsteps.co.in